



کتاب کار نهایی حسابان ۱

مجموعه سوالات آزمون‌های نهایی

دسته بندی شده موضوعی



کاظم صباغی

۱۴۰۳



قوانین و شرایط استفاده

۱. هزینه استفاده از این فایل رایگان بوده و فروش آن به هر شکل، ممنوع است.
۲. انتقال، آپلود و انتشار این فایل به هر طریقی بلامانع است.
۳. هیچ شخصی اجازه ویرایش و یا دخل و تصرف در محتوای فایل را ندارد.
۴. این فایل قابل چاپ بوده و از نسخه چاپی آن نیز می‌توانید استفاده نمایید.
۵. مالکیت معنوی فایل، محفوظ و متعلق به شبکه مهر می‌باشد.
۶. برای تهیه این فایل و یا محصولات مشابه به کانال تلگرامی **شبکه مهر** مراجعه فرمایید:

<https://t.me/mehrpab>



فهرست مطالب

۵	۱ جبر و معادله
۵	۱.۱ مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی
۷	۲.۱ معادله درجه ۲
۹	۳.۱ معادلات گویا و گنگ
۱۰	۴.۱ قدرمطلق
۱۱	۵.۱ هندسه تحلیلی
۱۳	۲ تابع
۱۳	۱.۲ آشنایی بیشتر با تابع
۱۴	۲.۲ انواع توابع
۱۶	۳.۲ وارون تابع
۱۷	۴.۲ اعمال روی توابع
۱۹	۳ توابع نمایی و لگاریتمی
۱۹	۱.۳ تابع نمایی
۲۱	۲.۳ تابع لگاریتمی
۲۲	۳.۳ ویژگی‌های لگاریتم
۲۵	۴ مثلثات
۲۵	۱.۴ رادیان
۲۷	۲.۴ نسبت‌های مثلثاتی برخی زوایا
۲۸	۳.۴ توابع مثلثاتی
۲۹	۴.۴ روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا

۳۱	۵	حد و پیوستگی
۳۱	۱.۵	مفهوم حد و فرایندهای حدی
۳۴	۲.۵	حدهای یک طرفه و قضایای حد
۳۵	۳.۵	حد توابع کسری
۳۶	۴.۵	پیوستگی



جبر و معادله

پیش‌آهنگ

مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی

۱. مجموع چند جمله از دنباله حسابی $x, 7, 12, \dots$ برابر 60 است؟ (نهایی-۳-۱۴۰۲) (۲۵٪ نمره)

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۲. حاصل عبارت $100 + 6 + 4 + 2$ برابر 2500 است. ☐ درست ☐ نادرست

۳. مجموع جملات دنباله حسابی $1, 3, 5, 7, \dots, 199$ برابر است. (نهایی-۶-۱۴۰۲) (۲۵٪ نمره)

۴. جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = 2^{n-1}$ است. جملات اول تا سوم این دنباله را بنویسید و سپس، با استفاده از فرمول، تعیین کنید چند جمله اول از این دنباله را با هم جمع کنیم تا مجموع آنها برابر ۲۵۵ شود؟ (۱ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۵. در دنباله حسابی $2, 6, 10, \dots$ حداقل چند جمله اول آن را با هم جمع کنیم تا حاصل آن بیشتر از 450 شود؟

(۱ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۶. طول ضلع مربعی یک متر است. ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می‌کنیم. سپس نیمی از مساحت باقیمانده را و به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقیمانده از قبل را رنگ می‌کنیم. پس از دست کم چند مرحله حداقل 99 درصد سطح مربع رنگ شده است؟

(۱/۲۵ نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

۷. در یک دنباله هندسی، مجموع شش جمله اول دنباله 9 برابر مجموع سه جمله اول آن است. مجموع ده جمله اول این دنباله چند برابر مجموع پنج جمله اول آن است؟

(۱/۲۵ نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

۸. در دنباله حسابی با جمله اول 4 و قدرنسبت 8 ، حداقل چند جمله را با هم جمع کنیم تا حاصل از 400 بیشتر شود؟

(۱/۲۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۹. مجموع ده جمله اول دنباله حسابی زیر را به دست آورید.

(۱/۵ نمره) (نهایی-۱۰-۱۳۹۷)

$1, 5, 9, \dots$

معادله درجه ۲

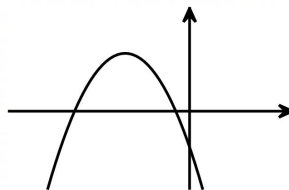
۱۰. ریشه‌های معادله _____ اعداد ۵- و ۲ است. (نهایی-۲-۱۴۰۳) (۲۵/۰ نمره)

۱۱. حاصل ضرب ریشه‌های معادله $4x^2 + 3x - 8 = 0$ مساوی است. (نهایی-۶-۱۴۰۲) (۲۵/۰ نمره)

۱۲. معادله درجه دوم دارای ریشه‌های $3 \pm 2\sqrt{5}$ است. (نهایی-۳-۱۴۰۲) (۲۵/۰ نمره)

۱۳. نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر است. علامت ضرایب a ، b و c را تعیین کنید.

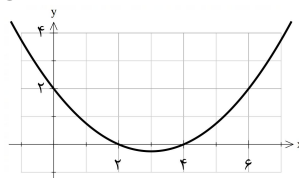
(نهایی-۲-۱۴۰۳) (۷۵/۰ نمره)



۱۴. صفرهای تابع $f(x) = (4 - x^2)^2 + 2(4 - x^2) - 15$ را، در صورت وجود به دست آورید.

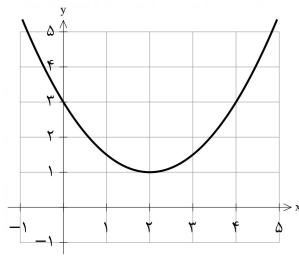
(نهایی-۲-۱۴۰۳) (۲۵/۱ نمره)

۱۵. اگر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد، ضابطه سهمی را مشخص کنید. (نهایی-۲-۱۴۰۳) (۱ نمره)

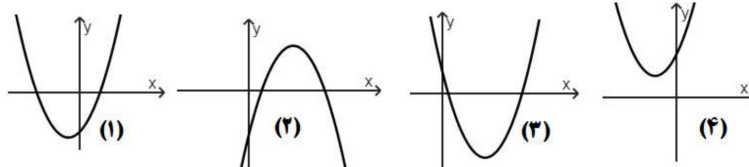


۱۶. در شکل زیر نمودار سهمی $p(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. صفرهای تابع را در صورت وجود به دست آورید و

ضابطه تابع را مشخص کنید. (نهایی-۶-۱۴۰۲) (۱ نمره)



۱۷. با توجه به تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، نمودار یا نمودارهای متناظر با هر یک از ویژگی‌های جدول زیر را مشخص کنید.



ویژگی	شماره نمودار (نمودارها)
علامت b منفی است	...
دارای مینیمم است و ریشه ندارد	...
علامت c منفی است	...

(۱ نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

۱۸. مقدار m را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + mx^2 - x - 2$ برابر -1 باشد، سپس صفرهای دیگر

تابع را به دست آورید. (۱/۲۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

معادلات گویا و گنگ

۱۹. مجموعه جواب معادله $\sqrt{x^2 - 9} + 2\sqrt{x - 3} = 0$ ، برابر $\{ \dots \}$ می‌باشد. (نهایی-۶-۱۴۰۲) (۲۵/۰ نمره)

۲۰. معادله زیر را حل کنید: (نهایی-۲-۱۴۰۳) (۲۵/۱ نمره)

$$\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2}{x-2} = 3$$

۲۱. اگر دو ماشین چمن‌زنی باهم کار کنند، می‌توانند در ۴ ساعت، چمن یک زمین فوتبال را کوتاه کنند، با فرض این که سرعت کار یکی از آنها دو برابر دیگری باشد، ماشین سریع‌تر در چند ساعت می‌تواند کار را به تنهایی انجام دهد؟

(۱ نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

۲۲. معادله زیر را به روش جبری حل کنید.

(نهایی-۳-۱۴۰۲) (۲۵/۱ نمره)

$$1 + \sqrt{x+2} = x - 3$$

۲۳. معادله $2 + \sqrt{1+x} = x - 3$ را حل کنید. (نهایی-۳-۱۴۰۲) (۲۵/۱ نمره)

❖ قدرمطلق ❖

۲۴. اگر a عددی مثبت باشد و $|x| \geq a$ ، آنگاه $x \geq a$ یا $x \geq -a$.
☐ درست ☐ نادرست

۲۵. عدد $\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$ برابر است با $1 - \sqrt{2}$.
☐ درست ☐ نادرست

۲۶. در نامعادله $|x - 1| < 3$ ، مجموعه جواب بازه ————— است.
 (۲۵/۰ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۲۷. معادله $||x| - 2| = 1$ را به روش هندسی حل کنید.
 (۲۵/۱ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۲۸. معادله قدرمطلق $||x| - 1| = 2$ را به روش جبری حل کنید.
 (۲۵/۱ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۲۹. نمودار تابع $f(x) = ||x| - 3|$ را رسم کنید و به کمک آن معادله $f(x) = 2$ را حل کنید. (۱ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

هندسه تحلیلی

۳۰. فاصله دو خط موازی $3x - 4y + 5 = 0$ و $3x + 4y + 10 = 0$ برابر است.

(۲۵/۰ نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

۳۱. هرگاه دو خط $my = 2x + 5$ و $(1 + m)x + y - 3 = 0$ بر هم عمود باشند، مقدار m برابر است.

(۲۵/۰ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۳۲. فاصله نقطه $A(1, 0)$ از خط $x + y = k$ برابر $\sqrt{2}$ است. مقدار k را پیدا کنید.

(۱ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۳۳. یکی از اضلاع مربعی بر خط $y = 2x - 1$ واقع است، اگر $(3, 0)$ یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت مربع را محاسبه کنید.

(۱ نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

۳۴. نقاط $A \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $B \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $C \begin{bmatrix} k \\ -k \end{bmatrix}$ سه رأس مثلث هستند. اگر مثلث در رأس B قائمه باشد، مقدار k را بیابید.

(۲۵/۱ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۳۵. دو خط $3x - 2y = 2$ و $2x + 3y = 1$ معادله‌های دو ضلع یک مستطیل‌اند و نقطه $A(1, 3)$ یک رأس مستطیل است. مساحت این مستطیل چقدر است؟

(۵/۱ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۳۶. نقاط $A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $B \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $C \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ سه رأس مثلث هستند. طول میانه AM را بیابید.

(۱ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)



پیشگی ۱۰۷

آشنایی بیشتر با تابع

۳۷. چه تعداد از معادلات زیر، تابع هستند؟ (نهایی-۳-۱۴۰۲)

$$x = |y| - 1, \quad x - y^2 = 4, \quad y = |x| + 1, \quad x = 1$$

۴) چهار مورد

۳) سه مورد

۲) دو مورد

۱) یک مورد

۳۸. توابع $f(x) = x$ و $g(x) = \sqrt{x^2}$ با هم برابر هستند. ☐ درست ☐ نادرست

۳۹. دو تابع $f(x) = x$ و $g(x) = \sqrt{x^2}$ با هم برابرند. ☐ درست ☐ نادرست

۴۰. صفرهای تابع f طول نقاط تلاقی نمودار $f(x)$ با محور x ها است. ☐ درست ☐ نادرست

۴۱. هم دامنه تابع زیرمجموعه‌ای از برد آن است. ☐ درست ☐ نادرست

۴۲. اگر دامنه دو تابع باهم برابر و برد آنها نیز باهم برابر باشند، دو تابع برابرند. ☐ درست ☐ نادرست

۴۳. دو تابع $f(x) = 1$ و $g(x) = \frac{x-7}{x-7}$ با هم برابرند. ☐ درست ☐ نادرست

۴۴. آیا دو تابع $f(x) = \frac{|x|}{x}$ و $g(x) = \frac{x}{|x|}$ با هم مساوی‌اند؟ (دلیل پاسخ خود را بنویسید). (نهایی-۶-۱۴۰۲)

انواع توابع

۴۵. حاصل عبارت $A = [7x] - [2x]$ به ازای $x = -\frac{1}{4}$ کدام است؟ (۲۵/۰ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

- ☐ ۱) -۲ ☐ ۲) -۳ ☐ ۳) ۲ ☐ ۴) ۳

۴۶. نمودار $y = -f(x)$ قرینه نمودار $y = f(x)$ نسبت به محور y ها است. ☐ درست ☐ نادرست

۴۷. دامنه تابع $f(x) = \frac{x}{1-[x]}$ برابر است با ([] نماد جزء صحیح است). (۲۵/۰ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۴۸. حاصل $[\frac{x}{x+1}]$ به ازای $x = \frac{1}{3}$ ، برابر است. (۲۵/۰ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۴۹. نمودار تابع f را چنان رسم کنید که همه شرایط زیر را داشته باشد: (۲۵/۱ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

آ. $f(0) = 2$ و $f(-2) = 5$

ب. تابع در بازه $(-\infty, -2]$ ثابت است.

پ. تابع در بازه $(-2, 0]$ خطی است و موازی خط $y + x = 5$ است.

ت. تابع به هر عدد مثبت، جذر آن را نسبت می‌دهد.

۵۰. نمودار تابع با ضابطه $f(x) = [\frac{x}{4}]$ را در بازه $(-2, 4]$ با ارائه راه حل رسم کنید. ([] نماد جزء صحیح است).

(۲۵/۱ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۵۱. نمودار تابع f را چنان رسم کنید که همه شرایط زیر را داشته باشد: (۲۵/۱ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

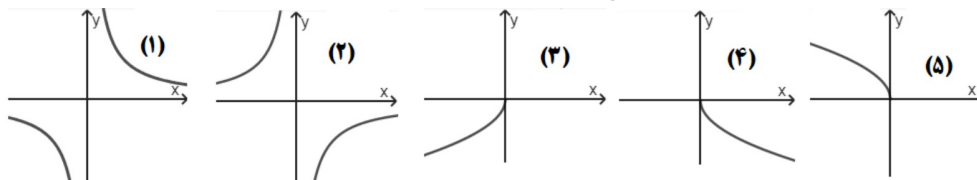
آ. دامنه آن $[-4, 5]$ باشد.

ب. به هر عدد کمتر از صفر، قدرمطلق آن را نسبت دهد.

پ. به هر عدد در بازه $[0, 1]$ ، مربع آن را نسبت دهد.

ت. در سایر نقاط دامنه ثابت باشد و $f(5) = 2$.

۵۲. مشخص کنید هر نمودار زیر با کدام یک از توابع داده شده، متناظر است؟ (نمره ۱/۲۵) (نهایی-۶-۱۴۰۲)



$$f(x) = -\frac{1}{x}, \quad g(x) = \sqrt{-x}, \quad h(x) = -\sqrt{x}, \quad r(x) = -\sqrt{-x}, \quad t(x) = \frac{1}{x}$$

۵۳. نمودار تابع زیر را رسم کرده و دامنه و برد آن را مشخص کنید. (نمره ۱/۵) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

$$f(x) = \begin{cases} [x] & ; 0 \leq x < 2 \\ -\sqrt{x-2} & ; x \geq 2 \end{cases}$$

۵۴. نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+3} & ; -3 \leq x \leq 0 \\ -\frac{1}{x} & ; x > 0 \end{cases}$ را رسم نموده و دامنه و برد آن را بنویسید.

(نمره ۱) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

❖ وارون تابع ❖

۵۵. اگر $f(x) = \frac{-1}{x} + 5$ باشد، حاصل $f^{-1}(3)$ کدام است؟ (نهایی-۳-۱۴۰۲) (۰/۲۵ نمره)

۴ (۴)

$\frac{7}{2}$ (۳)

$\frac{13}{2}$ (۲)

۱ (۱)

۵۶. تابع $f(x) = \frac{3}{x}$ وارون تابع $g(x) = \frac{4}{x}$ است. ☐ درست ☐ نادرست

۵۷. تابع $f(x) = x^2 - 4x$ یک تابع یک به یک نیست. ☐ درست ☐ نادرست

۵۸. تابعی یک به یک است که هر خط موازی محور —————، نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

(نهایی-۲-۱۴۰۳) (۰/۲۵ نمره)

۵۹. اگر $f(x) = x^3 - 1$ ، مقدار $f^{-1}(7)$ را به دست آورید. (نهایی-۲-۱۴۰۳) (۰/۷۵ نمره)

۶۰. اگر $f(x) = \sqrt{x-3}$ ، مقدار $f^{-1}(2)$ را محاسبه کنید. (نهایی-۲-۱۴۰۳) (۰/۷۵ نمره)

۶۱. تابع $g(x) = x^2 - 2x + 3$ مفروض است. (نهایی-۶-۱۴۰۲) (۱/۵ نمره)

آ. نشان دهید تابع g ، یک به یک نیست.

ب. با محدود کردن دامنه تابع g ، تابعی وارون‌پذیر به نام f بسازید و وارون آن را به دست آورید.

۶۲. دامنه تابع $f(x) = x^2 - 4x + 5$ را طوری محدود کنید که تابعی وارون‌پذیر شود. (نهایی-۳-۱۴۰۲) (۰/۷۵ نمره)

احتمال روی توابع

۶۳. برای هر دو تابع f و g داریم $f \circ g = g \circ f$. ☐ درست ☐ نادرست

۶۴. اگر $f = \{(1, 5), (-1, 3), (2, 4), (3, 4)\}$ و $g = \{(3, 5), (4, 4), (5, 6), (2, 0)\}$ توابع زیر را به دست آورید.

(۱/۲۵) (نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

الف) g^{-1} ب) $\frac{f}{g}$ ج) $f \circ g^{-1}$

۶۵. اگر $f = \{(1, 2), (3, 4), (2, 5)\}$ و $g = \{(1, 0), (4, 0), (2, 3)\}$

(۱/۵) (نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

آ. تابع $f + g$ را بنویسید.

ب. دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید.

۶۶. اگر $f(x) = \sqrt{4-x}$ و $g(x) = x^2 + 3$

(۱) (نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

آ. دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف بدست آورید.

ب. ضابطه تابع $f \circ g$ را بدست آورید.

۶۷. توابع $f(x) = \frac{1}{x^2}$ و $g(x) = \sqrt{4-x^2}$ مفروضند. دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

(۱) (نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

۶۸. توابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = x^2 - 3x$ داده شده‌اند.

(۱/۲۵) (نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

آ. دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب. مقدار $g \circ f(5)$ را به دست آورید.

۶۹. اگر $f = \{(1, -1), (3, 2), (2, -2), (-3, 0)\}$ و $g = \{(0, 3), (2, -2), (3, 1), (1, 0)\}$ دو تابع باشند:

آ. دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید. (۲ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

ب. تابع $\frac{f}{g}$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید.

پ. $f \circ g(3)$ را به دست آورید.

ت. $g^{-1} \circ g(2)$ را به دست آورید.

۷۰. توابع $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x^2 + 3$ را در نظر بگیرید. (۱/۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

آ. دامنه تابع $g \circ f$ را بیابید.

ب. ضابطه تابع $f \circ g$ را بیابید.

۷۱. اگر $f(x) = 2x - 5$ و $g(x) = \sqrt{x-2}$ دو تابع باشند:

آ. دامنه تابع $g \circ f$ را بنویسید.

ب. ضابطه تابع $g \circ f$ را به دست آورید.



توابع نمایی و لگاریتمی

پیشگی ۱۴۰۶

توابع نمایی

۷۲. در تابع $f(x) = a^x$ ، اگر $a > 1$ ، با افزایش مقدار x ، مقادیر f افزایش می‌یابد. ☐ درست ☐ نادرست

۷۳. اگر $0 < y < x$ ، آنگاه عدد a^y از عدد a^x ———— است. (بیشتر-کمتر) (۰/۲۵ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۷۴. تابع نمایی $f(x) = a^x$ ، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض قطع می‌کند. (۰/۲۵ نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

۷۵. در تابع $f(x) = a^x$ اگر $0 < a < 1$ باشد با افزایش مقادیر x مقادیر تابع f می‌یابند.

(۰/۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۷۶. تحت شرایط ایده‌آل جرم یک توده معین از باکتری‌ها، در هر ساعت ۳ برابر می‌شود. فرض کنید در ابتدا ۱۰۰ میلی‌گرم باکتری وجود دارد. (۱/۲۵ نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

آ. جرم توده پس از t ساعت را به صورت یک تابع نمایی بنویسید.

ب. جرم توده را پس از ۱۰ ساعت، برآورد کنید.

پ. جرم توده پس از چند ساعت، ۲۴۳۰۰ میلی‌گرم خواهد شد؟

۷۷. تابع $f(x) = 3^x$ را در نظر بگیرید: (۰/۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

آ. برد تابع را بنویسید.

ب. وارون تابع $f(x)$ چیست؟

۷۸. نیمه عمر یک ماده ۴۸ ساعت است. اگر ۲۵۶ گرم از این ماده را در اختیار داشته باشیم، جرمی که پس از ۹۶ ساعت باقی

می ماند، چقدر است؟ (۰/۷۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۷۹. اگر $5 - 2^{x+1} = f(x)$ باشد، مقدار $f^{-1}(27)$ را بیابید. (۱ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

تابع لگاریتمی

۸۰. توابع $f(x) = \log_2(x+1)$ و $g(x) = 2^{x+1}$ وارون هم هستند. ☐ درست ☐ نادرست

۸۱. لگاریتم هر عدد مثبت، همواره عددی مثبت است. ☐ درست ☐ نادرست

۸۲. لگاریتم اعداد مثبت کمتر از یک، همواره عددی منفی است. ☐ درست ☐ نادرست

۸۳. تابع $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ یک به یک است. ☐ درست ☐ نادرست

۸۴. دامنه تابع $y = \log_4(x+1)$ بازه ————— است. (نهایی-۲-۱۴۰۳) (نمره ۰/۲۵)

۸۵. حاصل عبارت $\sqrt[3]{25} \log_5$ برابر است. (نهایی-۶-۱۴۰۲) (نمره ۰/۲۵)

۸۶. وارون تابع نمایی $f(x) = 7^x$ ، تابع است. (نهایی-۳-۱۴۰۲) (نمره ۰/۲۵)

۸۷. اگر نمودار تابع $f(x) = 2 + \log_a x$ از نقطه $(-\frac{1}{3}, 2)$ عبور کند، آنگاه مقدار a را به دست آورید. (نهایی-۲-۱۴۰۳) (نمره ۰/۷۵)

پیش‌تستی ۳۰۳

ویژگی‌های لگاریتم

(۲۵/۰ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۸۸. حاصل عبارت $\log_y \sqrt[3]{49^2}$ کدام گزینه است؟

$$-\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

○ درست ○ نادرست

۸۹. عدد $4^{\log_2 9}$ برابر است با ۸۱.

(۷۵/۰ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۹۰. با فرض $\log 2 = 0/3$ حاصل عبارت $A = \log \frac{5}{4}$ را بیابید.

(۱ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۹۱. معادله لگاریتمی روبرو را حل کنید.

$$\log_3(x-1) + \log_3(x+7) = 2 \log_3(x+1)$$

۹۲. نیم عمر ماده‌ای ۸ روز است. اگر جرم اولیه این ماده ۲۰۰۰ گرم باشد، پس از چه مدت جرم این ماده به ۱ گرم می‌رسد؟

(۲۵/۱ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

$$(\log 2 = 0/3)$$

(۲۵/۱ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۹۳. معادله $\log_3(x-1) + \log_3\left(\frac{x}{4} + 1\right) = 2$ را حل کنید.

(۱ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۹۴. حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$A = \log_3\left(\frac{9}{\sqrt[3]{27}}\right) + \log 0/01$$

۹۵. خط $y = 10$ نمودار تابع $y = (0.01)^x$ را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟ (راه‌حل نوشته شود) (۱ نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

۹۶. معادله لگاریتمی مقابل را حل کرده و مجموعه جواب را مشخص کنید.
 $\log_3(x-1) + \log_3\left(\frac{x}{3} + 1\right) = 2$

(۱/۵ نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

۹۷. اگر $f(x) = \log_3(7x^2 - 1)$ ، مقدار $f^{-1}(3)$ را به دست آورید. (راه‌حل نوشته شود). (۱/۲۵ نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

۹۸. معادله لگاریتمی $\log(x+3) + \log(x-3) - \log x = 3 \log 2$ را حل کنید. (۱/۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۹۹. معادله لگاریتمی زیر را حل کنید. (۱/۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

$$\log(x-1) + \log\left(\frac{x}{3} + 1\right) = \log 18 - \log 2$$

۱۰۰. نیمه عمر عنصری ۲۵ سال است. اگر جرم اولیه آن ۲۴ میلی‌گرم باشد بعد از ۴۰ سال جرم این عنصر چقدر خواهد بود؟

(۰/۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲) $(2^{-1/6} \approx 0.32)$

۱۰۱. معادله لگاریتمی $\log_3(x^2 - 1) = 1 + \log_3(x + 3)$ را حل کنید. (۱/۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)



مثلثات

پیش‌گفتار ۱۰۲



۱۰۲. انتهای کمان زاویه $\frac{7\pi}{5}$ رادیان در ناحیه مثلثاتی است. (نمره ۰/۲۵) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

☐ ۴ چهارم

☐ ۳ سوم

☐ ۲ دوم

☐ ۱ اول

☐ درست ☐ نادرست

۱۰۳. مقدار $\sin 1^\circ$ عددی مثبت است.

☐ درست ☐ نادرست

۱۰۴. $\frac{-2\pi}{5}$ رادیان، برابر -72° است.

۱۰۵. در دایره‌ای به شعاع ۳ متر، اندازه زاویه مرکزی روبه‌رو به کمانی به طول ۱۲ متر برابر رادیان است.

(نمره ۰/۲۵) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

(نمره ۰/۲۵) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

۱۰۶. یک رادیان، تقریباً معادل درجه است.

۱۰۷. یک رادیان در هر دایره دلخواه، اندازه زاویه مرکزی است که طول کمان روبرو به آن برابر طول است.

(۰/۲۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۱۰۸. زاویه مرکزی روبرو به کمانی به طول $\frac{1}{8} cm$ در دایره‌ای به شعاع $4 cm$ برابر رادیان است.

(۰/۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۱۰۹. در چرخ فلکی، فاصله هر کابین از مرکز چرخ فلک برابر 3° متر است. فرض کنید یک کابین هنگام حرکت، کمانی به

اندازه 15° درجه طی کند:

(۱/۲۵ نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

آ. اندازه کمان را برحسب رادیان به دست آورید.

ب. طول کمان طی شده توسط این کابین چند سانتی‌متر است؟ ($\pi \approx 3$)

۱۱۰. طول برف‌پاک‌کن عقب خودرویی ۲۵ سانتی‌متر است. اگر برف پاک‌کن کمانی به اندازه 6° درجه طی کند، آنگاه طول کمان

(۰/۷۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

طی شده توسط نوک برف پاک‌کن چند سانتی‌متر است؟ ($\pi \approx 3$)

۱۱۱. شخصی دور زمین دایره‌ای شکل به شعاع 1° متر در حال دوچرخه سواری است. اگر زاویه‌ای که شخص طی کرده است

(۰/۷۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

9° درجه باشد، او چه مسافتی را رکاب زده است؟

نسبت‌های مثلثاتی برخی زوایا

۱۱۲. حاصل عبارت $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$ کدام گزینه است؟ (نمره ۰/۲۵) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

$-\cot \theta$ (۴)

$\cot \theta$ (۳)

$-\tan \theta$ (۲)

$\tan \theta$ (۱)

۱۱۳. اگر θ یک زاویه دلخواه باشد، آنگاه $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = \sin \theta$ درست ☐ نادرست ☐

۱۱۴. $\cos \alpha + \cos(\pi - \alpha) = 0$ درست ☐ نادرست ☐

۱۱۵. $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \sin(2\pi - \alpha)$ درست ☐ نادرست ☐

۱۱۶. حاصل عبارت $\tan(-60^\circ)$ برابر با است. (نمره ۰/۵) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۱۱۷. اگر مخرج کسر زیر صفر نباشد، حاصل عبارت را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید. (نمره ۱/۲۵) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

$$\frac{\sin(4\pi + \alpha) + \cos(\alpha - \frac{\pi}{4})}{\cos(\frac{3\pi}{4} - \alpha)}$$

۱۱۸. اگر $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ ، حاصل عبارت $\sin(4\pi + \alpha) + \sin(\alpha - \pi) + 2 \cos(\frac{3\pi}{4} + \alpha)$ را بدست آورید.

(نمره ۱/۲۵) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۱۱۹. مقدار نسبت‌های مثلثاتی زیر را به دست آورید. (نمره ۱/۵) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

الف) $\tan\left(\frac{9\pi}{4}\right)$

ب) $\cos 135^\circ$

۱۲۰. مقدار نسبت مثلثاتی $\tan\left(-\frac{23\pi}{4}\right)$ را به دست آورید. (نمره ۱) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

❖ توابع مثلثاتی ❖

۱۲۱. برد تابع $f(x) = \sin x$ ، بازه است. (نهایی-۳-۱۴۰۲) (نمره ۰/۲۵)

۱۲۲. نمودار تابع $f(x) = 1 - |\cos x|$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید و برد آن را بنویسید. (نهایی-۲-۱۴۰۳) (نمره ۱/۲۵)

۱۲۳. در تابع $f(x) = -6 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 1$ مقدار $f\left(\frac{11\pi}{6}\right)$ را بیابید. (نهایی-۲-۱۴۰۳) (نمره ۱)

۱۲۴. نمودار تابع $f(x) = 1 - |\sin x|$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید و برد آن را تعیین کنید. (نهایی-۲-۱۴۰۳) (نمره ۱)

۱۲۵. نمودار تابع $y = -|\cos x| + 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کرده و برد تابع را مشخص کنید. (نهایی-۶-۱۴۰۲) (نمره ۱/۲۵)

۱۲۶. نمودار تابع مثلثاتی $y = |\sin x|$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید. (نهایی-۳-۱۴۰۲) (نمره ۰/۵)

۱۲۷. آ. نمودار تابع مثلثاتی $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید. (نهایی-۳-۱۴۰۲) (نمره ۱/۲۵)

ب. نمودار تابع قسمت (الف) در چه نقاطی محور x ها را قطع می‌کند؟

❖ روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا ❖

۱۲۸. کدام یک از روابط مثلثاتی زیر درست نیست؟ (نهایی-۳-۱۴۰۲) (نمره ۰/۲۵)

$$\cos 2\alpha = -2\cos^2 \alpha + 1 \quad (۲)$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad (۱)$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \quad (۴)$$

$$\sin 2\alpha = 2\cos \alpha \cdot \sin \alpha \quad (۳)$$

۱۲۹. اگر $\cos \theta = \frac{3}{5}$ و انتهای کمان روبرو به زاویه θ در ناحیه چهارم مثلثاتی باشد، مقدار $\sin 2\theta$ را محاسبه کنید. (نهایی-۲-۱۴۰۳) (نمره ۱/۲۵)

۱۳۰. اگر $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ، $\cos \beta = \frac{-12}{13}$ و α زاویه‌ای حاده و انتهای کمان روبرو به زاویه β در ربع سوم باشد، حاصل $\sin(\alpha - \beta)$ را بدست آورید. (نهایی-۲-۱۴۰۳) (نمره ۱/۲۵)

۱۳۱. مقدار $\sin(22/5^\circ)$ را محاسبه کنید. (نهایی-۲-۱۴۰۳) (نمره ۰/۷۵)

۱۳۲. اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\tan \beta = \frac{-2}{\sqrt{5}}$ و انتهای کمان α در ربع اول و β در ربع دوم باشد، مقدار دقیق $\cos(\alpha + \beta)$ و $\sin 2\alpha$ را بیابید. (نهایی-۶-۱۴۰۲) (نمره ۲/۲۵)

۱۳۳. مقدار عبارت‌های زیر را به دست آورید. (نهایی-۶-۱۴۰۲) (نمره ۲/۲۵)

الف) $\cos(-240^\circ) + \tan \frac{7\pi}{4} - \sin^2 135^\circ$

ب) $\cos(22/5^\circ)$

۱۳۴. با استفاده از روابط نسبت‌های مثلثاتی مجموع دو زاویه نشان دهید: (نهایی-۳-۱۴۰۲) (۷۵/۰ نمره)

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

۱۳۵. فرض کنید $\cos \beta = \frac{12}{13}$ و $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ و انتهای کمان α در ربع چهارم و انتهای کمان β در ربع اول باشد حاصل $\cos(\alpha - \beta)$ را بیابید. (نهایی-۳-۱۴۰۲) (۷۵/۱ نمره)

۱۳۶. اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ، $\cos \beta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ و α زاویه‌ای حاده و β زاویه‌ای منفرجه باشد، حاصل $\cos(\alpha - \beta)$ را بیابید. (نهایی-۳-۱۴۰۲) (۷۵/۱ نمره)



حد و پیوستگی

پیش ۱۰۵

❦ مشهور حد و فرایندهای حدی ❦

۱۳۷. حد تابع $f(x) = \sqrt{2-x}$ وقتی x به عدد ۲ میل می‌کند، برابر صفر است. ☐ درست ☐ نادرست

۱۳۸. بازه $(2, 6)$ یک همسایگی راست عدد ۲ است. ☐ درست ☐ نادرست

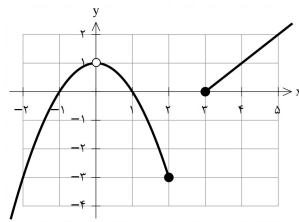
۱۳۹. اگر $(1+x, 3x)$ یک همسایگی عدد ۳ باشد، حدود x ، بازه ————— است. (۲۵/۰ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۱۴۰. یک چندضلعی منتظم درون دایره‌ای به شعاع ۳ سانتیمتر محاط شده است. اگر تعداد اضلاع چندضلعی را افزایش دهیم مساحت آن به عدد ————— نزدیک می‌شود. (۲۵/۰ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۱۴۱. حد تابع ثابت $f(x) = c$ در هر عدد دلخواه a برابر است. (۲۵/۰ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۱۴۲. حد تابع همانی $f(x) = x$ در هر عدد دلخواه a ، برابر است. (۲۵/۰ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۱۴۳. با توجه به نمودار تابع f ، حدهای خواسته شده را در صورت وجود پیدا کنید. (۷۵/۰ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)



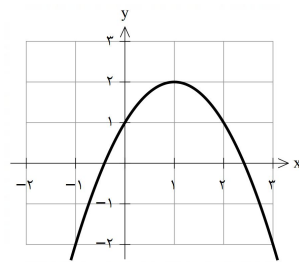
$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

۱۴۴. نمودار تابع f به صورت زیر است. حدود زیر را در صورت وجود بیابید. ([] نماد جزء صحیح است).

(۷۵/۰ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)



$$\lim_{x \rightarrow 2^+} [f(x)]$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]$$

$$[\lim_{x \rightarrow 1} f(x)]$$

۱۴۵. تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{[x] - 2}{x - 2}$ را در نظر بگیرید. با کامل کردن جدول زیر، مقدار $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ را در صورت

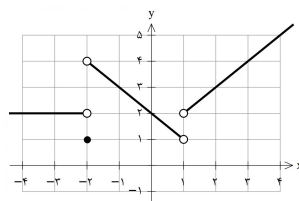
(۱ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

وجود به دست آورید. ([] نماد جزء صحیح است).

x	$2/1$	$2/01$	$2/001$	$\rightarrow 2$
$f(x)$	...	...	...	?

(۱ نمره) (نهایی-۲-۱۴۰۳)

۱۴۶. نمودار تابع f به صورت زیر است.



آ. دامنه این تابع شامل همسایگی محذوف کدام نقطه است؟

ب. حدود زیر را در صورت وجود بیابید. ([] نماد جزء صحیح است).

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$$

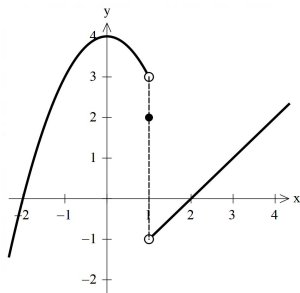
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} [f(x)]$$

۱۴۷. اگر بازه $(x - 1, 2y + 5)$ یک همسایگی راست محذوف ۳ باشد، مجموعه مقادیر x و y را به دست آورید.

(۱ نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

(۱ نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)



۱۴۸. با توجه به شکل، حاصل عبارت زیر را در صورت وجود به دست آورید.

$$2 \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + 3f(1) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$$

۱۴۹. نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x + 1 & ; x > 1 \\ x^2 - 2 & ; x < 1 \end{cases}$ را رسم نموده و سپس با استفاده از نمودار، حد تابع در نقطه $x = 1$ را بررسی کنید.

(۱/۲۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۱۵۰. نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -2 & ; x \in \mathbb{Z} \\ 3 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ را در فاصله $[-2, 2]$ رسم نموده و سپس با استفاده از نمودار $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ را به دست آورید.

(۱/۲۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

پیش‌نویس ۲۰۵

حد های یک طرفه و قضایای حد

○ درست ○ نادرست

۱۵۱. تابع $g(x) = \sqrt{x-3}$ در نقطه $x = 3$ حد ندارد.

(۵/۰ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

۱۵۲. حد راست تابع $f(x) = \frac{x}{[x]-3}$ را در نقطه $x = 3$ بررسی کنید.

(۱ نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

۱۵۳. آیا تابع $f(x) = \sqrt{x-x^2}$ در نقطه $x = 1$ حد دارد؟ چرا؟

حد توابع کسری

۱۵۴. مقدار حدهای زیر را بیابید.

(۱/۵) (نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2|x| - 8}{x - 2}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{5x}$

۱۵۵. مقدار حدهای زیر را بیابید.

(۲/۵) (نمره) (نهایی-۶-۱۴۰۲)

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{x+8}}{x^2 - 1}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]}{x}$

پ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos 2x}{x \sin x}$

۱۵۶. مقدار حدهای زیر را بیابید.

(۲/۲۵) (نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\cos x - \sin x}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$

۱۵۷. حاصل حدهای زیر را بیابید.

(۳) (نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos 2x}{x \sin x}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x - 5} - 2}$

۱۵۸. مقدار حدهای زیر را بیابید.

(۲/۵) (نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 + x - 6}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \cdot \sin x}$

پیوستگی

۱۵۹. مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f در نقطه‌ای به طول $x = 0$ پیوسته باشد. (نهایی-۱۴۰۲-۶-۱/۵)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} & ; x > 0 \\ x - \frac{a}{4} & ; x = 0 \\ b + \frac{[x]}{2} & ; x < 0 \end{cases}$$

۱۶۰. پیوستگی تابع f را در $x = 0$ ، به ازای تمام مقادیر a بررسی کنید. (نهایی-۱۴۰۲-۶-۱/۵)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{|x|} & ; x \neq 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases}$$

۱۶۱. مقدار a و b را چنان تعیین کنید که تابع زیر در $x = 2$ پیوسته باشد. (نهایی-۱۴۰۲-۳-۲)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{[x] + a}{x - 1} & ; x > 2 \\ b - 1 & ; x = 2 \\ 2bx + 4 & ; x < 2 \end{cases}$$

۱۶۲. آ. نمودار تابع f را به گونه‌ای رسم کنید که در یک همسایگی محذوف نقطه $x = 3$ تعریف شود ولی در این نقطه حد نداشته باشد. (نهایی-۱۴۰۲-۳-۱/۲۵)

نداشته باشد.

ب. نمودار تابع g را به گونه‌ای رسم کنید که در نقطه $x = -2$ حد راست داشته باشد ولی در این نقطه پیوستگی راست نداشته باشد.

نداشته باشد.

۱۶۳. مقدار α را طوری بیابید که تابع $g(x) = ([x] - \alpha)[x]$ در نقطه $x = -2$ پیوسته باشد. (نهایی-۱۴۰۲-۳-۱/۵)



(۱/۵ نمره) (نهایی-۳-۱۴۰۲)

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & ; x > 2 \\ 3 & ; x = 2 \\ bx + 1 & ; x < 2 \end{cases}$$

۱۶۴. مقدار a و b را چنان تعیین کنید که تابع زیر در $x = 2$ پیوسته باشد.

کتابنامه



[۱] آزمون حسابان ۱ - خرداد ۱۴۰۳

[۲] آزمون حسابان ۱ خارج از کشور - خرداد ۱۴۰۳

[۳] آزمون حسابان ۱ - اردیبهشت ۱۴۰۳ (سه‌نما) نوبت صبح

[۴] آزمون حسابان ۱ - اردیبهشت ۱۴۰۳ (سه‌نما) نوبت عصر

[۵] آزمون حسابان ۱ - خرداد ۱۴۰۲ نوبت صبح

[۶] آزمون حسابان ۱ - خرداد ۱۴۰۲ نوبت عصر

[۷] آزمون حسابان ۱ - غایبین خرداد ۱۴۰۲

[۸] آزمون حسابان ۱ - شهریور ۱۴۰۲

[۹] آزمون حسابان ۱ - غایبین شهریور ۱۴۰۲